パラメトリック横揺れを防止するための簡易操船ガイダンス

― グリム有効波の概念の拡張 ―

梅田直哉*，内田裕太**

1. はじめに

コンテナ船における大角度横揺れによるコンテナの崩落は，1998年の向波中でのC11級コンテナ船事故[1]で注目されて以降，多くのコンテナ船において向波，追波，斜波において報告[2]されている。そしてその多くは，線形理論では説明がつかず，パラメトリック横揺れがその原因とみられている。すなわち，一定の閾値を超える海象条件でのみ，典型的には2波に1回の割合で大きな横揺れが発生してその周期が概略横揺れ固有周期に近い現象である。C11級コンテナ船の事故では40度程度の横揺れで約800個のコンテナの損傷，流出であったと報告されており，模型実験でも同程度の振幅のパラメトリック横揺れは珍しくない。

パラメトリック横揺れは，古くから理論的には知られていたが[3]，規則波中では条件次第で起こりうるものの，不規則な実海面では問題とならないとみられていた[4]。しかし，1975年にPaullingら[5]がサンフランシスコ湾での風波による追波中の自由航走模型実験で，1995年に梅田ら[6]が水槽内の人工的な多方向不規則追波中の自由航走模型実験で，パラメトリック横揺れによってコンテナ船模型が転覆することを確認するに至り，少なくとも追波中パラメトリック横揺れが現実の脅威となりうるところとなった。国際海事機関IMOは，追波中パラメトリック横揺れを含む追波操船ガイダンス[7]を1995年に回章した。ただし，この操船ガイダンスは，対象船の復原力特性を反映するものでなく，固有周期と出会い波周期の関係のみに言及している。

その後前述のC11級コンテナ船の向波中事故を受けた米国政府提案文書[8]もひとつのきっかけとして，IMOは，向波も含めたパラメトリック横揺れ対策に2002年より着手した[9]。まず，1995年に策定した追波中パラメトリック横揺れも扱う操船ガイダンスについて，2007年にその対象を向波まで単純に拡張した[10]。2020年にはパラメトリック横揺れも含む第二世代非損傷時復原性基準の暫定ガイドライン[11]を承認し，2022年にはその解説文書[12]を発表した。この基準は，設計のみならず操船にも踏み込むもので，いずれにおいても物理則に基づいている。設計基準としては，簡易な脆弱性基準を2段階で用意し，それらに不合格な場合に対して短波頂不規則波中時間領域数値シミュレーションの利用も可能としている。ただし，コンテナ船や自動車専用運搬船においては，トランサム船尾や船首フレアーのため，これらの基準の合格は必ずしも容易でない[13]。そこで設計基準で対応できない場合も，操船ガイダンスにより危険な運航条件を指定し，それを避けることで安全な操船を許している。この操船ガイダンスは，以前のものと異なり，物理則に加え対象船の復原力特性を反映したものとなっている。それも，不規則波中時間領域数値シミュレーションにより大横傾斜発生までの時間を推定する詳細なものと設計用の脆弱性基準程度の簡易操船ガイダンスの2種類とされている。このうち前者は計算時間が膨大となりうるため実際の適用へのハードルは高い。一方，後者は，暫定ガイドラインに例示されたものは船速のみを対象として針路を指定しないため，操船判断には十分なものといいがたい。

このような状況のため，危険な船速のみならず針路も指定できる簡易な操船ガイダンスが実務上望まれている。そこで本論文では，パラメトリック横揺れの脆弱性基準の考え方を整理し，それに基づく簡易操船ガイダンスの計算例を示すことを試みる。

2. 脆弱性基準の考え方

IMOの第二世代非損傷時復原性基準[11]におけるパラメトリック横揺れに対する脆弱性基準では，第1段階基準ではパラメトリック横揺れの発生条件を海象によらず利用している。第2段階基準は，第1判定法と第2判定法があり，その第1判定法は第1段階基準のパラメトリック横揺れの発生条件を海象の発生確率に併せて適用し，第2判定法ではパラメトリック横揺れの角度がその許容角度を超える海象の

*　国立大学法人大阪大学　名誉教授
**　国立大学法人大阪大学　大学院工学研究科
*1　本論文は，公益社団法人日本船舶海洋工学会での講演の内容を詳述したものである。[19]

発生確率を利用している。そして，第1段階基準，第1判定法，第2判定法のいずれかに合格すれば，その対象船の載荷状態はパラメトリック横揺れに対する脆弱性無しとされる。このうち，パラメトリック横揺れの許容角度を陽に指定できる方法は，これらのうち第2判定法のみである。よって，コンテナのラッシング・ブリッジの効果も考慮できる簡易操船ガイダンスとしては，第2判定法ということになる。そこでここでは，第2段階基準の第2判定法に使われる方法に着目する。

この方法は，有義波高と平均波周期で決まるブレッドシュナイダー型の不規則波のスペクトルが与えられると，その不規則波の空間波形をグリムの有効波の考え方で規則波に置き換え，さらにその時間変動振幅の1/3最大値を規則波の振幅と近似している。そのうえで，規則波中におけるGZ変動を考慮した非連成の横揺れ運動方程式を解くことでパラメトリック横揺れの振幅を求める。そこでは船速と針路を考慮して出会い波周期を考慮する必要があるが，ここでは船速は航海速力とし，波との偏角は360度一様で分布すると仮定する。ただし，GZ変動の計算は，安全側の推定として，波との偏角は向波あるいは追波としている。この結果，出会い波周期は，船速を波との偏角の方向余弦に応じて変化させることと等価となる[12]。そのようにして求めた横揺れ振幅が許容角度を超える短期海象の出現確率を計算し，その値が許容確率以上であると脆弱性ありと判定している。

3. IMOガイドラインにおける簡易操船ガイダンス

IMOの暫定ガイドラインにおけるパラメトリック横揺れのための簡易操船ガイダンスの例は，その4.5.6.2.3節[11]に，以下のように示されている。波との偏角に関わらず，第2段階脆弱性基準の第2判定法で，有義波高，H_s，およびゼロクロス平均波周期，T_Z，船速を与えて横揺れ振幅を計算し，その値が許容角度25度を越えた場合，その有義波高およびゼロクロス平均波周期，船速を避けるべきとしている。なお，暫定ガイドラインでは，船速，vs，と記載されているが，その定義は示されていない。前後の文脈からは，これを実船速と解釈すべきと考えられる。ただそうとすると，前述のように危険船速の指示のみで危険針路の指定はできないことになる。

さらに，IMOの暫定ガイドラインでは，その4.5.6.2節[11]に，上述の例に限らず，全面確率論的操船ガイダンスよりも安全側であればいかなる簡易操船ガイダンスでも利用可能とされている。よって，船速と針路を使い得る操船ガイダンスの提案が急務であると考えられよう。

4. グリムの有効波の一般化

脆弱性基準では不規則波を規則波に置き換える必要があり，第2段階脆弱性基準の第2判定法では，それはグリム[14]の有効波の考え方に基づいている。しかしながら，グリムの論文では，長波頂不規則縦波についての有効波の計算式が示されているのみである。一方，操船ガイダンスとするには，現実の状況に対応するよう，短波頂かつ斜め波の影響を考慮することが，実用上重要である。そこで，ここでは短波頂で主波方向が船の針路と異なる場合についての計算式の誘導を示しておく。

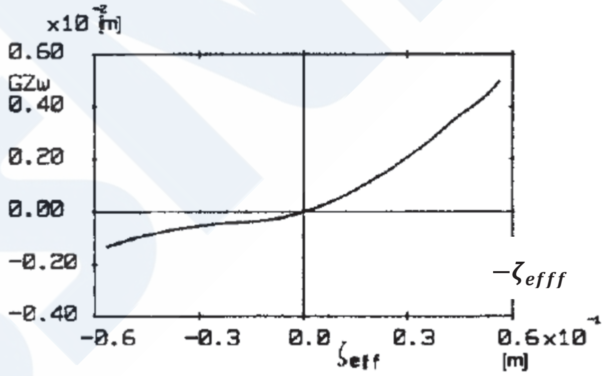

図1　小型底曳網漁船における波長船長比1の縦波で船体中央に波の山（$-\zeta_{eff}$負）または谷（$-\zeta_{eff}$正）があるときの横傾斜角10度でのGZの平水中からの変化の値[15]

まず，不規則波中の船体応答（船体運動や流体力など）を統計的に表現するためには，入射波と船体応答の間の関係が線形であると仮定したうえ，不規則波のスペクトルに入射波と船体応答の間の伝達関数の絶対値の2乗をかけて不規則船体応答のスペクトルを求め，その積分値である分散などを利用して，不規則船体応答の確率特性をレイリー分布などとして表現することが一般的である。ところが，縦波中のGM変動あるいはGZ変動は，入射波に対して非線形の関係にある。例えば，**図1**に示すように，波長船長比1の余弦波で船体中央に波の山または谷があるときの横傾斜角10度でのGZの平水中からの変化の値は，山と谷では傾きが異なる。これは船尾での水位が増加すると水線幅は幾分増加する一方，水位が減少するとトランサムが露出することが大きな

影響になる。また甲板が没水するとその傾きも変わる。すなわち，縦波中のGZ変動は明らかに非線形である。しかしその一方，縦波中のGZ変動は，船側波形の変化さえ考慮すれば船舶算法的にも計算できるので，ノンメモリーでもある。グリムの有効波は，このGZが非線形かつノンメモリーの要素であることを利用する考え方である。

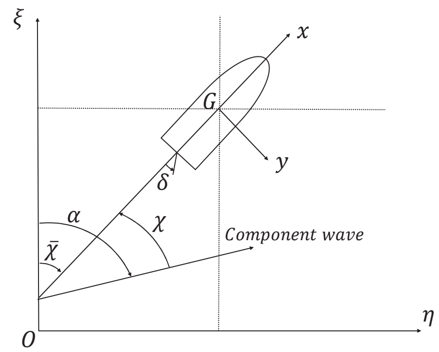

図2　座標系

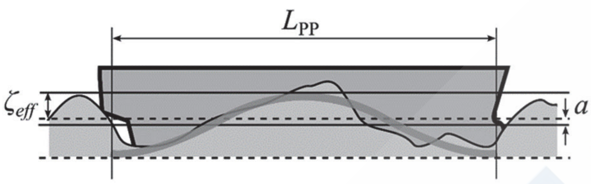

図3　グリムの有効波の空間波形

座標系は，図2のように，空間固定座標系o-ξ,η，船体固定座標系G-x,yを考える。ここで，o-ξ軸が主波方向を表し，Gは船体重心でその空間固定での座標は(ξ_G, η_G)，αは成分波の進行方向，$\bar{\chi}$は主波方向に対する船の偏角とする。よって，次の関係がある。

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_G + x\cos\bar{\chi} - y\sin\bar{\chi} \\ \eta &= \eta_G + x\sin\bar{\chi} + y\cos\bar{\chi} \end{aligned} \tag{1}$$

このとき，不規則波の水面変位は次式のように表現される。

$$\begin{aligned} \zeta_w(\xi,\eta,t) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\infty}\sqrt{2S(\omega,\alpha)d\omega d\alpha}\cdot \\ &\cos\left(\omega t - \frac{\omega^2}{g}\xi\cos\alpha - \frac{\omega^2}{g}\eta\sin\alpha + \psi\right) \\ &= \sum_{i=1}^{N} a_i\cos\left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g}\{\xi\cos\alpha_i + \eta\sin\alpha_i\} + \psi_i\right] \\ &= \sum_{i=1}^{N} a_i\cos\left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g}\{(\xi_G + x\cos\bar{\chi} - y\sin\bar{\chi})\cos\alpha_i \right. \\ &\qquad + (\eta_G + x\sin\bar{\chi} + y\cos\bar{\chi})\sin\alpha_i\} \\ &\qquad \left. + \psi_i\right] \end{aligned} \tag{2}$$

ここで，t　は時間，$\chi = \bar{\chi} - \alpha$　であり，ψは0〜2πの乱数とする。

$S(\omega,\alpha)$は入射波のスペクトル，離散化した場合の振幅では$a_i = \sqrt{2S(\omega,\alpha)d\omega d\alpha}$である。$(i = 1,\cdots,N)$

一方，有効波は，図3および(3)式のように，表される。

$$\hat{\zeta}_{eff}(x,t) = a(t) - \zeta_{eff}(t)\cos\frac{2\pi}{L}x \tag{3}$$

船体の存在する範囲　$-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}$　かつその船体中心線上　$y = 0$において，不規則波形を有効波により最小二乗近似するため，両者の差の二乗であるJを最小化すればよい。ただし，Lは船長を表す。

$$\begin{aligned} \mathrm{J} &= \int_{-L/2}^{L/2}\left\{\zeta_w(\xi,\eta,t) - \hat{\zeta}_{eff}(x,t)\right\}^2 dx \\ &= \int_{-L/2}^{L/2}\left\{\sum_{i=1}^{N} a_i\cos\left[\omega_i t \right.\right. \\ &- \frac{\omega_i^2}{g}\{(\xi_G + x\cos\bar{\chi})\cos\alpha_i + (\eta_G + x\sin\bar{\chi})\sin\alpha_i\} \\ &\left. + \psi_i\right] \\ &- \left[a(\xi_G,\eta_G,\bar{\chi},t)\right. \\ &\left.\left. - \zeta_{eff}(\xi_G,\eta_G,\bar{\chi},t)\cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right)\right]\right\}^2 dx \end{aligned} \tag{4}$$

$$= \int_{-L/2}^{L/2} \left[\left\{ \sum_{i=1}^{N} a_i cos \left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g} \{(\xi_G + xcos\bar{\chi})cos\alpha_i + (\eta_G + xsin\bar{\chi})sin\alpha_i\} + \psi_i \right] \right\}^2 - 2\left\{ \sum_{i=1}^{N} a_i cos \left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g} \{(\xi_G + xcos\bar{\chi})cos\alpha_i + (\eta_G + xsin\bar{\chi})sin\alpha_i\} + \psi_i \right] \right\} \left\{ a(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t) - \zeta_{eff}(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t) \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \right\} - \{a(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t)\}^2 + 2\left\{ a(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t) \zeta_{eff}(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t) \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \right\} - \left(\zeta_{eff}(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t)\right)^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \right] dx$$

すなわち，次式を満たせばよい。

$$0 = \frac{\partial J}{\partial \zeta_{eff}}$$
$$= 2\int_{-L/2}^{L/2} \left\{ \sum_{i=1}^{N} a_i cos \left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g} \{(\xi_G + xcos\bar{\chi}))cos\alpha_i + (\eta_G + xsin\bar{\chi})sin\alpha_i\} + \psi_i \right] \right\} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) dx + 2\left\{ a(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t) \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) dx \right\} - 2\int_{-L/2}^{L/2} \zeta_{eff}(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t) \cos^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right) dx$$
$$= 2\int_{-L/2}^{L/2} \left\{ \sum_{i=1}^{N} a_i cos \left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g} \{(\xi_G)cos\alpha_i + (\eta_G)sin\alpha_i\} - \frac{\omega_i^2}{g} \{(xcos\bar{\chi})cos\alpha_i + (xsin\bar{\chi})sin\alpha_i\}\} + \psi_i \right] \right\} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) dx - 2\int_{-L/2}^{L/2} \zeta_{eff}(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t) \cos^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right) dx \tag{5}$$
$$= 2\int_{-L/2}^{L/2} \left\{ \sum_{i=1}^{N} a_i cos \left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g} \{(\xi_G)cos\alpha_i + (\eta_G)sin\alpha_i\} - \frac{\omega_i^2}{g} xcos(\bar{\chi} - \alpha_i) + \psi_i \right] \right\} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) dx - \zeta_{eff} L$$
$$= 2\int_{-L/2}^{L/2} \left\{ \sum_{i=1}^{N} a_i cos \left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g} \{(\xi_G)cos\alpha_i + (\eta_G)sin\alpha_i\} + \psi_i \right] cos\left(- \frac{\omega_i^2}{g} xcos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right) \right\} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) dx - \zeta_{eff} L$$

ここで，

$$\int_{-L/2}^{L/2} cos\left(-\frac{\omega_i^2}{g} xcos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right) \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) dx$$
$$= \frac{1}{2}\int_{-L/2}^{L/2} cos\left(-\frac{\omega_i^2}{g} xcos(\bar{\chi} - \alpha_i) + \frac{2\pi}{L}x\right) + cos\left(-\frac{\omega_i^2}{g} xcos(\bar{\chi} - \alpha_i) - \frac{2\pi}{L}x\right) dx \tag{6}$$
$$= \frac{-2\frac{\omega_i^2}{g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i) sin\left(\frac{\omega_i^2 L}{2g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right)}{\left(\frac{\omega_i^2}{g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2}$$

を考慮すると，

$$\zeta_{eff}(\xi_G, \eta_G, \bar{\chi}, t; L)$$
$$= \frac{4}{L}\sum_{i=1}^{N} a_i \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 - \left(\frac{\omega_i^2}{g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right)^2} \cdot \left(\frac{\omega_i^2}{g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right) sin\left\{\frac{\omega_i^2}{2g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right\} \cdot cos\left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g}\{\xi_G cos\alpha_i + \eta_G sin\alpha_i\} + \psi_i\right] \tag{7}$$
$$= \sum_{i=1}^{N} a_i \frac{\left(\frac{\omega_i^2 L}{g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right) sin\left\{\frac{\omega_i^2 L}{2g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right\}}{\pi^2 - \left(\frac{\omega_i^2 L}{2g} cos(\bar{\chi} - \alpha_i)\right)^2} \cdot cos\left[\omega_i t - \frac{\omega_i^2}{g}\{\xi_G cos\alpha_i + \eta_G sin\alpha_i\} + \psi_i\right]$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \sqrt{2S_{eff}(\omega,\alpha;L,\bar{\chi})d\omega d\alpha}$$
$$\cdot \cos\left[\omega t - \frac{\omega^2}{g}\xi_G \cos\alpha - \frac{\omega^2}{g}\eta_G \sin\alpha + \psi\right]$$

ここで,

$$S_{eff}(\omega,\alpha;L,\bar{\chi}) = S(\omega,\alpha) \cdot \left[\frac{\left(\frac{\omega^2 L}{g}\cos(\bar{\chi}-\alpha)\right)\sin\left\{\frac{\omega^2 L}{2g}\cos(\bar{\chi}-\alpha)\right\}}{\pi^2 - \left(\frac{\omega^2 L}{2g}\cos(\bar{\chi}-\alpha)\right)^2}\right]^2 \quad (8)$$

このように，有効波振幅，ζ_{eff}，のスペクトルが，船長Lおよび主波向きとの偏角$\bar{\chi}$を与えると，周波数ωと成分波伝播角αの関数として求めることができた。ここで，(8)式の分母が0となるとき，船長と成分波の長さが一致し，有効波振幅のスペクトル密度は，波スペクトル密度と一致する。また，成分波の伝播方向と船の針路のなす角が大きくなると，有効波振幅は減少し，その角が90度となると，有効波振幅は0となる。この(8)式は，Umeda & Yamakoshi と一致している[15]。

さらに，有効波の平均水位，a，も，

$$\frac{\partial J}{\partial a}=0 \quad (9)$$

より，同様にして，次式のように求めることができる。

$$a(\xi_G,\eta_G,\bar{\chi},\,t;L) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \sqrt{2S_a(\omega,\alpha;L,\bar{\chi})d\omega d\alpha} \cdot \cos\left[\omega t - \frac{\omega^2}{g}\xi_G \cos\alpha - \frac{\omega^2}{g}\eta_G \sin\alpha + \psi\right] \quad (10)$$

ここで,

$$S_a(\omega,\alpha;L,\bar{\chi}) = S(\omega,\alpha) \cdot \left[\frac{\sin\left\{\frac{\omega^2 L}{2g}\cos(\bar{\chi}-\alpha)\right\}}{\frac{\omega^2 L}{2g}\cos(\bar{\chi}-\alpha)}\right]^2 \quad (11)$$

この場合に分母が0となるのは，成分波の伝播方向と船の針路が直交するときで，有効波の平均水位スペクトル密度は，波スペクトル密度と一致する。

5. グリムの有効波でのGZ変動の推定法

有効波の情報よりGZ変動を求める方法は以下の通りとなる。まず，波長船長比１で船体中央に波の山また谷のある余弦波の中での復原力を計算する。ここでは，入射波は船体の存在によって乱されないとするフルードクリロフの仮定を用いる。そのうえで，入射波の圧力を船体没水面について積分すればよい。ここで，船体の沈下量とトリムは船体重量とバランスさせる必要がある。ξ軸方向に伝搬する入射波の波形ζ_wと圧力pは，微小波振幅に対する線形理論によれば，ζ軸を鉛直下向き正とすると，以下の通りである。

$$\zeta_w(\xi,t) = \zeta_a cosk(\xi - ct) \quad (12)$$

$$p(\xi,\zeta,t) = \rho g\zeta - \rho g\zeta_a e^{-k\zeta} cosk(\xi - ct) \quad (13)$$

ここで，ζ_aは波振幅，kは波数，cは波の位相速度である。実際には波振幅は無限小でないため，以下のように，実用的な修正が行われることもある[16]。

$$p(\xi,\zeta,t) = \rho g\zeta - \rho g\zeta_a e^{-k\{\zeta-\zeta_w(\xi,t)\}} cosk(\xi - ct) \quad (14)$$

$$p(\xi,\zeta,t) = \rho g\zeta - \rho g\zeta_a e^{-kd} cosk(\xi - ct) \quad (15)$$

ここで，d は船の平均喫水であり微小量である。さらに，指数関数部分をテイラー展開して高次項を無視すると,

$$\begin{aligned} p(\xi,\zeta,t) &\approx \rho g\zeta - \rho g\zeta_a(1-kd)cosk(\xi - ct) \\ &\approx \rho g\{\zeta - \zeta_a cosk(\xi - ct)\} \end{aligned} \quad (16)$$

となる。この場合は，水面だけが変形したとして，船舶算法的な計算に帰着する。これらの計算式や拘束模型実験との比較[16]によれば，(16)式の計算で実用上は十分といえる[17]。

このような計算を種々の波振幅について実施すれば，GZあるいはGMを，有効波振幅の関数としてみなすことができる。これらを$GZ(\zeta_{eff})$あるいは$GM(\zeta_{eff})$と表記する。有効波振幅ζ_{eff}の時系列が与えられれば，GZやGMの時系列に変換できる。有効波振幅の確率密度関数が与えられれば，GZやGMの確率密度関数に変数変換できるので，GZやGMの各種統計量（平均周期や有義振幅）を求めることができる[18]。

以上のように，有効波振幅の統計的特性は確定できるが，IMOの第二世代非損傷時復原性基準の暫定ガイドラインにおける，第2段階脆弱性基準の第2判定法[11]では，有効波振幅の1/3最大値を，簡単のため，そのままGZ計算に用いた規則波の振幅として，GMやGZの代表値を求めている。厳密には，グリムの有効波振幅の時間変動の振幅のレイリー確率密度関数をGMの確率密度関数に変数変換して求めた1/3最大値とすればよい[18]。さらには，有効波振幅の時間変化を確率過程として扱い，確率微分方程式での解析につなげることも考えられる[19]。

6. GZ変動を用いたパラメトリック横揺れ推定法

IMOの第二世代非損傷時復原性基準の暫定ガイドラインにおける，第2段階脆弱性基準の第2判定法では，時間領域数値シミュレーションを利用している[11]。しかしながら，その計算結果は，解説文書[12]で例示されているように，第1段階基準で想定しているパラメトリック横揺れ以外の横揺れが生じることもあり，その解釈にある程度の専門知識を要する。また，斜め波になると横揺れ角によらない波浪強制横揺れモーメントが現れる。そこで，ここでは，(17)式を平均化法で解くことを考える。

$$\ddot{\phi}+2\alpha\dot{\phi}+\gamma\dot{\phi}^3+{\omega_\phi}^2\phi+{\omega_\phi}^2 l_3\phi^3+{\omega_\phi}^2 l_5\phi^5 +{\omega_\phi}^2(F+M\cos\omega_e t)\{\phi-(1/\pi^2)\phi^3\}=E\sin\omega_e t \tag{17}$$

ここで，ϕは横揺れ角，αは線形の横揺れ減衰力係数，γは3次の横揺れ減衰力係数，ω_ϕは横揺れ固有周波数，ω_eは出会い波周波数，l_3とl_5は，3次と5次の復原力の係数，Fは波浪中GM変化成分の平均値と平水中GMの比，Mは波浪中GM変化成分の振幅と平水中GMの比である。Eは波浪強制力を表す係数で，rを有効波傾斜係数として次式で与える。

$$E=\zeta_a rk{\omega_\phi}^2\sin\chi \tag{18}$$

この運動方程式について，次の解の形を仮定し，平均化法を適用する。

$$\phi=A\cos\left(\frac{\omega_e}{2}t-\varepsilon_1\right)+B\sin(\omega_e t-\varepsilon_2) \tag{19}$$

ここで，A，Bは定数であり，第1項は出会い周波数の1/2の周波数のパラメトリック横揺れにあたり，第2項は強制力による出会い波周波数での同調横揺れに相当する。具体的に解くべき計算式とその計算結果の検証は，Sakai et al.[20]に示している。ただし，出会い波周波数での横揺れ成分は，パラメトリック横揺れが問題となる条件では顕著でなくなるため，(19)式の第2項は無視できるともいえる[21) 22]。

GM変動の周波数となる出会い周波数としては，第二世代非損傷時復原性基準の暫定ガイドライン[11]では波長船長比1の波より計算することとされている。グリムの有効波の考え方に従えば，グリムの有効波振幅の正規確率密度関数をGMの確率密度関数に変数変換して求めたゼロクロス平均出会い周波数とすべきとなる[18]。しかしながら，Sakai et al.[23]の数値計算による検討では，その差は大きくないようである。

7. 簡易操船ガイダンスの計算例

上記のパラメトリック横揺れの推定法を用いて，さらに入射波のスペクトルに船上波浪レーダーによる観測値を用いる[24]とすれば，危険な船速と針路を指定できる簡易操船ガイダンスの実現は十分可能と考えられる。そこで，このような方法で，ある短期海象下での簡易操船ガイダンスの計算例をポーラーチャートとして**図4-5**に示す。ここでは，パラメトリック横揺れの解法には，時間領域シミュレーションでなく，簡単のため平均化法を用いた。また，横揺れ減衰力には，池田の簡易推定法[25]を前進速度に係る揚力成分[26]も含めて用いた。横揺れ固有周期25.7秒のC11級コンテナ船を対象に，この結果を，有義波高5mと7mについて平均波周期T01=12.5秒を例として，船速と主波方向に対する針路について，極座標グラフとして示した。赤色で示した領域では1/3最大有効波高でのパラメトリック横揺れ振幅が基準値25度を超過するため，危険であると判断される。なお，入射波のスペクトルはブレットシュナイダー型でcos2乗の方向分布を持つとした。

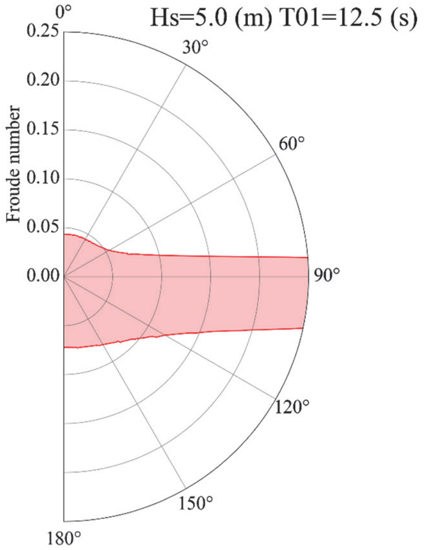

図4　パラメトリック横揺れに対する簡易操船ガイダンス案の適用例（有義波高5m，平均波周期12.5秒）

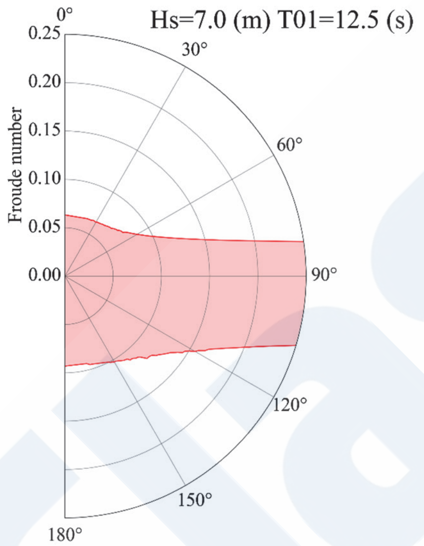

図5　パラメトリック横揺れに対する簡易操船ガイダンス案の適用例（有義波高7m，平均波周期12.5秒）

危険領域では，出会い波周期が横揺れ固有周期の1/2付近となる船速ゼロ付近で保たれている。そのうち横波では，船速により出会い波周期が変化しないため，船速が増加しても危険領域が広がっている。横波状態では，規則波ではGM変動はゼロとなるが，短波頂不規則波では斜め方向で受ける成分波の影響があるため，主波向きが横からの場合もパラメトリック横揺れが顕著となっている。

このケースでの計算結果としては，有義波高が増加すると危険領域は幾分拡がっている。有義波高5mでは，向波状態としてフルード数0.05以上への増速，有義波高7mでは向波状態としてフルード数0.07以上への増速がそれぞれ効果的ということになる。

8. 結論

危険な船速のみならず針路も指定できる簡易な操船ガイダンスを，パラメトリック横揺れの第2段階脆弱性基準第2判定法の拡張として提案し，その計算例をC11級コンテナ船について示した。

謝辞

本論文に記載した研究の一部は，日本財団助成事業の一環として，一般財団法人日本船舶技術研究協会からの受託研究2022年度「目標指向型復原性基準に関する調査研究」として実施した。

参考文献

1) France, W. N., Levadou, M., Treakle, T. M., Paulling, J. R., Michel, R. K. and Moore, C., (2003): An Investigation of Head-Sea Parametric Rolling and its Influence on Container Lashing Systems, Marine Technology, 40(1), 1-19.
2) IMO (2023) : Proposal for a new output on prevention of loss of containers at sea, submitted by Australia, Belgium, Chile, Denmark, France, Germany, Kingdom of the Netherlands, Morocco, Republic of Korea, Spain and IUMI, MSC 107/17/12.
3) 渡辺恵弘（1934）：縦動揺に伴ふ船の横の不安定の力学的性質に就いて，造船協会論文集，53, 51-70.
4) Kerwin, J. E. (1955): Note on Rolling in Longitudinal Waves, International Shipbuilding Progress, 2(16), 597-614.
5) Paulling, J. R., Oakley, O. H., Wood, P. D. (1975): Ship Capsizing in Heavy Seas, Proceedings of the International Conference of Ships and Ocean Vehicles, Glasgow, 4.3, 1-19.
6) Umeda, N., Hamamoto, M. et al. (1995): Model Experiments of Ship Capsize in Astern Seas, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 177, 207-217.

7) IMO (1995): Guidance to the Master for Avoiding Dangerous Situations in Following and Quartering Seas, MSC/Circ. 707.
8) IMO (2002): Head-Sea Parametric Rolling and Its Influence on Container Lashing Systems, submitted by USA, SLF 45/6/7.
9) IMO (2002): Report to the Maritime Safety Committee, SLF 45/14, 20-25.
10) IMO (2007): Revised Guidance to the Master for Avoiding Dangerous Situations in Adverse Weather and Sea Conditions, MSC.1/Circ. 1228.
11) IMO (2020): Interim Guidelines on the Second Generation Intact Stability Criteria, MSC.1/Circ.1627.
12) IMO (2022): Explanatory Notes to Interim Guidelines on the Second Generation Intact Stability Criteria, MSC.1/Circ.1652.
13) IMO (2017): Selecting Calculation Methods and Standards for the Vulnerability Criteria for Parametric Roll, Pure Loss of Stability and Dead Ship Stability Failures Based on Sample Calculations, SDC 5/INF.4, Annex 17.
14) Grim, O. (1961): Beitrag zu dem Problem der Sicherheit des Schiffes im Seegang, Schiff und Hafen, 6, 490-497.
15) Umeda, N. and Yamakoshi, Y. (1994): Probability of Ship Capsizing due to Pure Loss of Stability in Quartering Seas, Naval Architecture and Ocean Engineering, 30, 73-85.
16) 梅田直哉（1985）：追波中の復原力喪失現象，漁船，258, 60-67.
17) Paulling, J. R. (1961): The Transverse Stability of a Ship in a Longitudinal Seaway, Journal of Ship Research, 4(4), 37-49.
18) Umeda, N. and Yamakoshi, Y. (1986): Experimental Study on Pure Loss of Stability in Regular and Irregular Following Seas, Proceedings of the 3rd International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles, Gdansk, 1, 93-99.
19) Umeda, N., Sakai, M. and Okamoto, H. (2022): Some Remarks on Simplified Operational Guidance for Parametric Rolling, Conference Proceedings of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, 35, 437-440.
20) Sakai, M., Umeda, N., Yano, T., Maki, A., Yamashita, N., Matsuda, A., Terada, D. (2018): Averaging methods for estimating parametric roll in longitudinal and oblique waves, Journal of Marine Science and Technology, 23(3), 2, 413-424.
21) Umeda, N., Hashimoto, H., Vassalos, D., Urano, S., Okou, K. (2004): Nonlinear dynamics on parametric roll resonance with realistic numerical modeling, International Shipbuilding Progress, 51(2/3), 205-220.
22) Maki, A., Umeda, N., Shiotani, S. and Kobayashi, E. (2011): Parametric rolling prediction in irregular seas using combination of deterministic ship dynamics and probabilistic wave theory, Journal of Marine Science and Technology, 16(3), 294-310.
23) Sakai, M., Umeda, N., Maki, A. (2019): Encounter frequency effect on the simplified design criteria against parametric roll, Ocean Engineering, 182, 21-27.
24) Yano, T., Umeda, N., Hirayama, K., Baba, M., Sakai, M. (2023): Wave Radar Application to the Simplified Parametric Roll Operational Guidance at Actual Sea. In: Spyrou, K.J., Belenky, V.L., Katayama, T., Bačkalov, I., Francescutto, A. (eds) Contemporary Ideas on Ship Stability. Fluid Mechanics and Its Applications, vol 134. Springer, Cham, 323-333.
25) Kawahara, Y., Maekawa, K., Ikeda, Y. (2011): A Simple Prediction Formula of Roll Damping of Conventional Cargo Ships on the Basis of Ikeda's Method and Its Limitation. in: Almeida Santos Neves M., Belenky, V., de Kat J., Spyrou, K., Umeda, N. (eds) Contemporary Ideas on Ship Stability and Capsizing in Waves, Fluid Mechanics and Its Applications, Vol. 97. Springer, Dordrecht, pp. 465-486.
26) Ikeda, Y. (2004): Prediction Methods of Roll Damping of Ships and Their Application to Determine Optimum Stabilization Devices, Marine Technology, 41, 89-93.